

Fiche d'exercices

Exercice 1. $\dim H = \dim K \Leftrightarrow H$ et K ont un supplémentaire commun

Soient H, K deux sev d'un ev E de dimension finie. Montrer que $\dim H = \dim K$ si et seulement si H et K ont un supplémentaire commun (par récurrence sur $\text{codim } H$).

solutions

Exercice 1.

codim $H = 0$: supplémentaire = $\{0\}$.

codim $H = p$: Soit $u \in E \setminus (H \cup K)$: $H \oplus \mathbb{K}u$ et $K \oplus \mathbb{K}u$ ont un supplémentaire commun, L , donc H et K ont un supplémentaire commun : $L \oplus \mathbb{K}u$.